

# **Tournoi mathématique du Limousin**

**Mardi 23 janvier 2018**

Sujet Lycée Professionnel

IREM, 123 avenue Albert Thomas  
87060 Limoges Cedex

# Introduction

## Pour chaque exercice :

- **Vous pouvez proposer plusieurs méthodes de résolution** : expérimentales ou plus rigoureuses en utilisant des propriétés mathématiques. La pertinence des différentes méthodes proposées, la rigueur des résolutions et la précision des résultats obtenus seront prises en compte pour le classement.
- **Vous devez expliquer précisément la démarche suivie lors de votre résolution.** La clarté et la précision des explications seront prises en compte pour le classement. Un résultat brut, sans explication, sera moins valorisé qu'un résultat accompagné de l'explication précise de la démarche suivie.
- **Vous ne devez pas hésiter à proposer toutes vos idées de solutions même partielles.**

**Les solutions et les explications sont à rédiger sur une copie.**

**Ne pas oublier d'indiquer les noms du binôme, la classe et l'établissement scolaire.**

**La copie est à rendre à l'examineur à la fin de l'épreuve.**

**Durée maximale de deux heures.**

**Si vous utilisez des logiciels, pensez à imprimer des copies d'écran.**

**Place à votre imagination créatrice et au plaisir de chercher !**

**Ne restez pas bloqué, votre enseignant peut vous donner des INDICES.**

# Table des matières

- Introduction

1. Une ARAIGNEE ingénieuse !

2. Du tuyau d'arrosage au seau

3. Ne soyons pas « seaux »

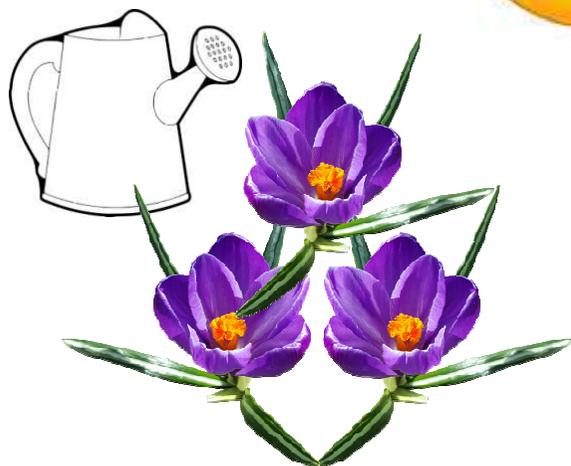
4. Un souvenir de cette aventure...

## Thème : Mathématiques et Mouvements !!!

*Le DÉFI, si vous l'acceptez, est de réussir à donner de l'eau à votre voisin pour qu'il arrose ses fleurs.*

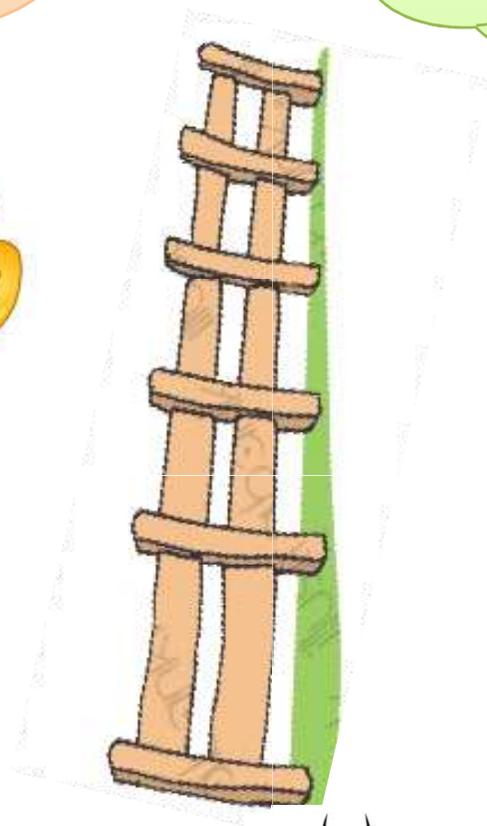
Bonjour, voisine, je dois arroser mes fleurs, mais je n'ai pas de robinet dans le jardin.

M. Crocus



Pas de problème. Je remplirai votre arrosoir avec mon tuyau d'arrosage

Mme Aqua



Mme Aqua s'approche de la barrière avec son tuyau...

Oh la la !!! elle voit une ARAIGNEE, bien étrange !

## 1. Une ARAIGNÉE ingénieuse !

Voyez par vous-même en regardant la [vidéo](#) de Mme Aqua.

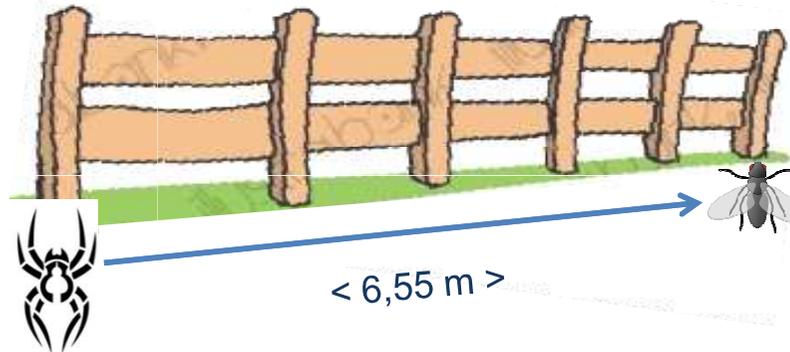
Cette araignée se déplace si vite afin de surprendre une mouche posée sur la barrière à 6,55 m de la prédatrice

A partir de la vidéo, Mme Aqua a rassemblé différentes données ...  
( en page suivante)

a) Quelle distance parcourt le corps de l'araignée entre 2 images de la vidéo ?

b) Trouvez la position de l'araignée et de ses pinces quand elle arrive sur la mouche, **B**

c) Sachant que la mouche met 1,5 s pour s'envoler, l'araignée a-t-elle pu attraper la mouche ?



M. Crocus, venez voir...  
On dirait qu'elle tourne pour aller plus vite !



### Outils:

• Vous pouvez expérimenter sur le fichier **GEOGEBRA** « [araignée tournante](#) ».

*Des modèles d'araignée en diverses positions peuvent être déplacés et mis à la place des images de la vidéo*

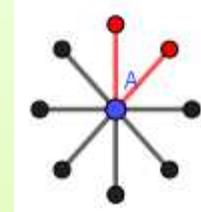
• Vous disposez d'un repère, en page suivante, sur lequel vous pouvez déplacer un modèle d'araignée... *axe gradué en m*

## Caractéristique des mouvements de l'ARAIGNÉE

- Sur la vidéo, les images sont prises toutes les 40 ms (soit 25 intervalles de 40 ms pour 1s de film)

- L'araignée a 8 pattes mesurant 6,4 cm par rapport au centre. Elle démarre avec ses 2 pattes à pinces en haut et vers l'avant

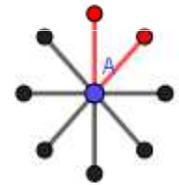
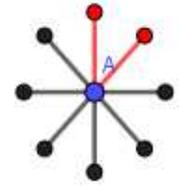
Modèle de l'araignée sur géogébra :



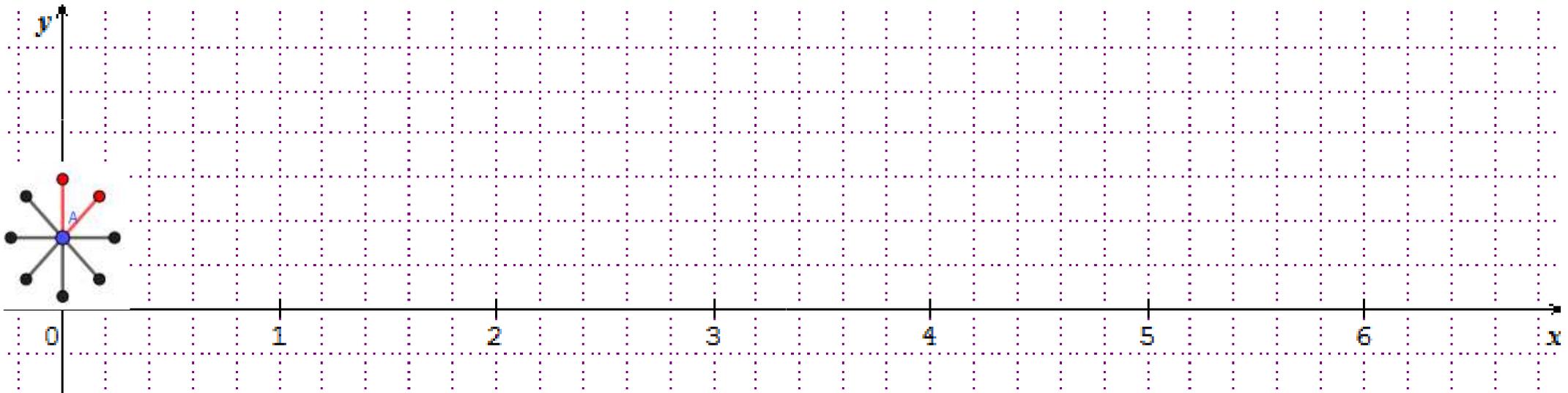
- Le corps central de l'araignée (noté **A**) avance à une vitesse de 5m/s. Ce corps suit une trajectoire rectiligne le long de la barrière

- Chaque patte fait un tour complet tous les 2 intervalles, soit 80 ms

●\* Pas à l'échelle



À découper



Comme Mme Aqua ne veut plus s'approcher de la barrière à cause de l'ARAIGNEE, elle se met au défi de remplir les seaux en faisant passer le jet d'eau par-dessus la barrière

## 2. Du tuyau d'arrosage au seau

Mme Aqua se met près du robinet, à 6 m de la barrière de hauteur 2 m .

Elle décide de viser avec un angle de  $40^\circ$  par rapport à l'horizontale

Le seau est placé près des crocus à 3 m de l'autre côté de la barrière

- Trouvez les courbes adéquates de jet d'eau permettant de remplir le seau avec un angle de  $40^\circ$ . *Vous donnerez les équations de ces courbes*
- Mme Aqua ne veut pas arroser M. Crocus placé à 1,5 m de la barrière sachant qu'il mesure 1,80 m.

Peut elle le faire ? Si elle y arrive, à quelle hauteur passe le jet au dessus de sa tête ?

### Outils:

- Vous pouvez expérimenter sur le fichier **GEOGEBRA** « Jet d'eau ».

Est-ce que mon ami  
Crocus sera arrosé  
???



Quel malheur ! Ces fleurs sont si fragiles, qu'il faut leur donner la bonne quantité d'eau et je ne dispose que de deux arrosoirs. Chaque massif à besoin d'une quantité différente.

### 3. Ne soyons pas « seaux »

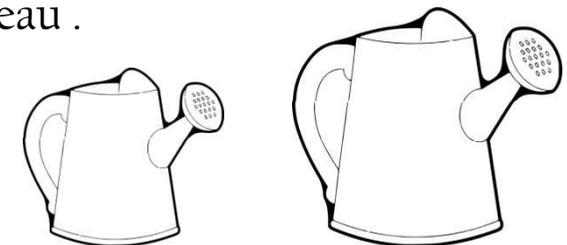
**Vous voilà muni de votre seau de 9 litres et de celui de 11 litres. Malheureusement il ne sont pas gradués.**

Avec un peu de malice, on peut obtenir n'importe quel nombre de litres compris entre 1 et 20 grâce à ces deux arrosoirs.

Pour cela il va falloir remplir, transvaser d'un arrosoir à l'autre et jeter de l'eau .

#### Outils:

- Vous disposez une feuille contenant une série d'arrosoirs pour faire vos essais
- Vous disposez d'un tableau si vous le souhaitez





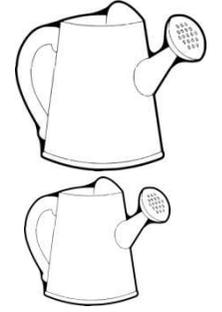
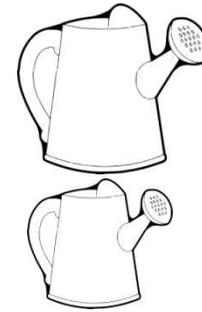


11 l

On remplit le  
seau de 11 l.  
On le verse  
dans celui de  
9 l. il reste 2 l  
On vide le  
seau de 9 l

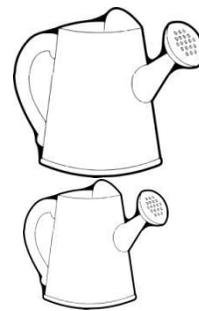
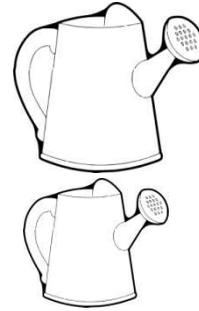
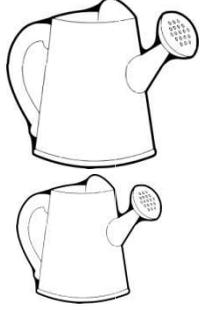
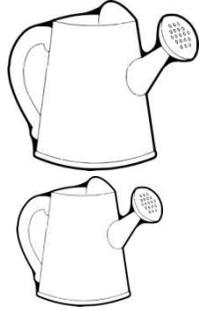
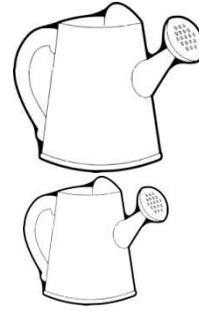
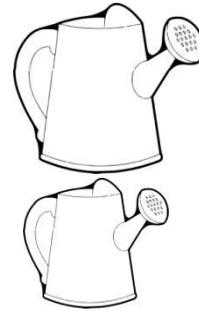
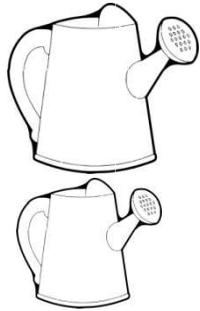
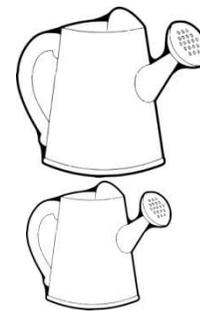
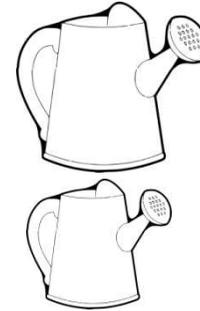
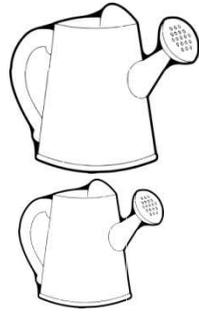


2 l

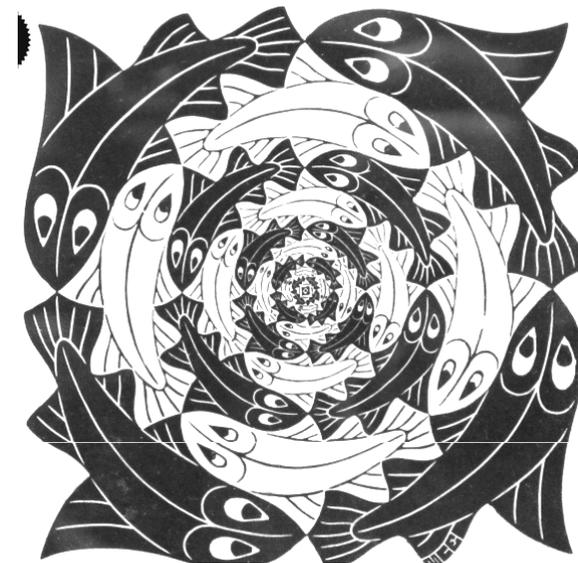


11 l

2 l



Ma pauvre voisine !! Elle en a eu des frayeurs avec cette araignée. Je vais lui laisser un cadeau pour finir sur une note positive.



## 4. Un souvenir de cette aventure

**Escher est un artiste qui est spécialiste des images créées à partir de quelques motifs élémentaires qu'il agrandit et fait tourner pour les imbriquer.**

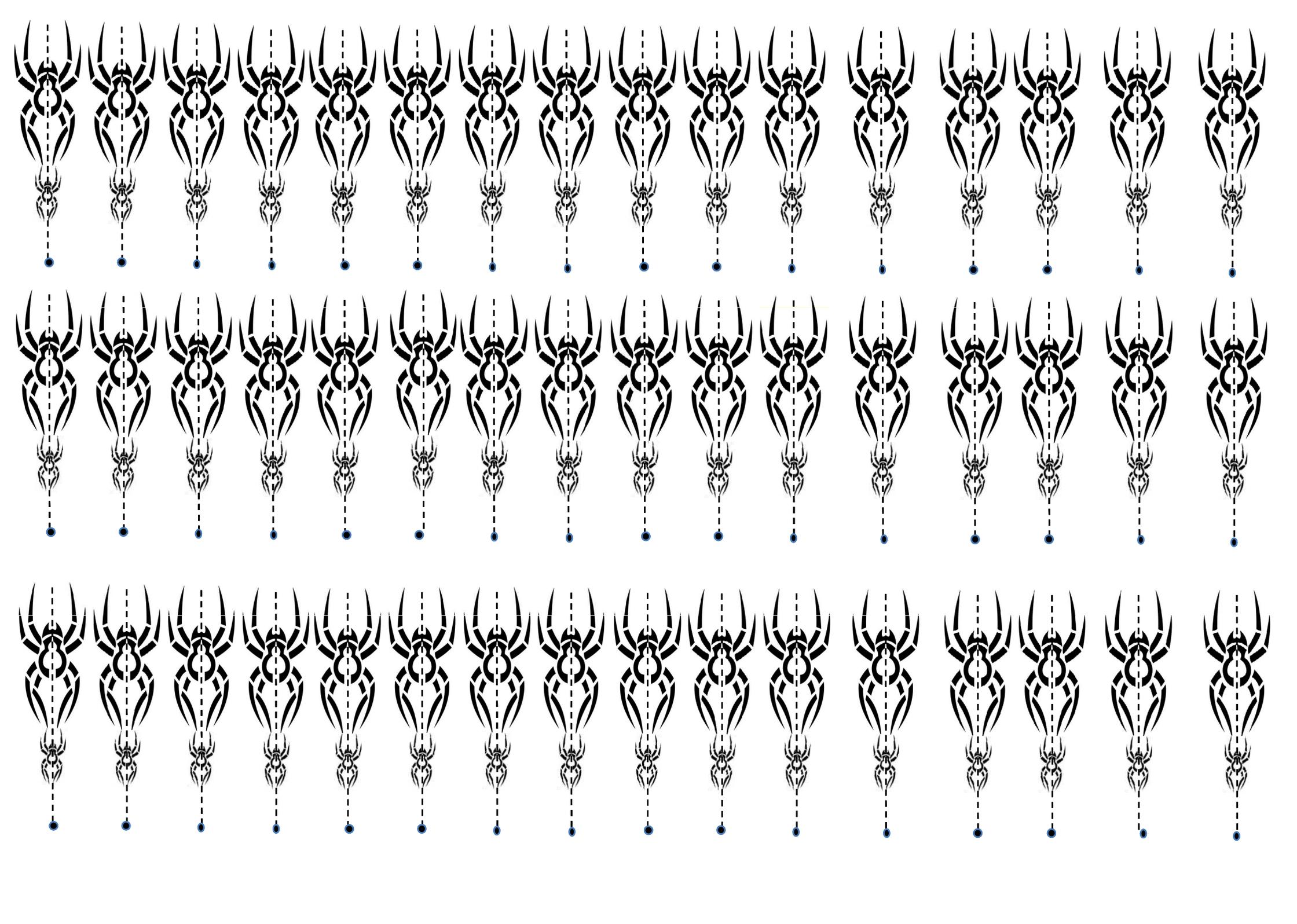
On dispose du motif de l'araignée que l'on veut faire tourner autour du point O.  
L'angle des rotations doit être supérieur à  $30^\circ$ .

- Vous devez construire un tableau de style Escher avec chacune des rotations faisant un angle de  $80^\circ$ . Combien de fois utiliserez-vous le motif d'araignée (ci-contre) pour revenir sur la position de départ?  
Combien de tours avez-vous fait?
- Trouver tous les angles de rotation possibles de telle sorte que l'on fasse exactement 3 tours pour revenir en position de départ.  
Préciser pour chacune des rotations, le nombre de motifs nécessaires



### Outils:

- Vous disposez des motifs de l'araignée pour expérimenter et construire le tableau en collant les motifs
- Vous pouvez expérimenter sur le fichier [STRACH](#) joint





## Consignes aux surveillants:

Cette feuille rassemble les aides successives à donner aux élèves bloqués s'ils le demandent.

Veuillez noter sur la copie les numéros d'indices donnés pour chaque situation.

### 1. Une ARAIGNEE ingénieuse !

a) Indice : formule de la vitesse  $v = \frac{d}{t}$  avec  $v$  en m/s ;  $d$  la distance parcourue en m et  $t$  la durée de parcours en s

b) Indice 1 : placer d'abord les araignées pour chaque tour complet réalisé

Indice 2 : près de l'arrivée en B, placer les derniers tours complets et le demi-tour intermédiaire

### 2. Du tuyau d'arrosage au seau

b) Indice : Vous pouvez placer M. Crocus en mettant un segment ou sa tête en mettant un point

### 3. Ne Soyons pas « seaux »

Indice 1 : recommencer la même procédure en partant du seau de 11 ℓ qui en contient déjà 2 ℓ.

Indice 2 : Il y a 2 ℓ dans le seau de 9 ℓ. On remplit celui de 11 ℓ. On verse l'eau du seau de 11 ℓ pour finir de remplir le seau de 9 ℓ. Il reste 4 ℓ dans le seau de 11 ℓ

### 4. Un souvenir de cette aventure

b) Indice 1 : Choisissez un nombre de motifs, vérifier si ce nombre de motifs convient.

Indice 2 : pour 2 motifs,  $1080/2 = 540^\circ$ ,  $540^\circ$  ne retombe pas sur la position initiale, donc une rotation de  $540^\circ$  convient avec 2 motifs.

Indice 3 : augmenter le nombre de motifs, jusqu'à atteindre l'angle de rotation limite.